В  материалах ЕГЭ регулярно содержатся задачи с параметром,  которые часто присутствовали на вступительных экзаменах в вуз с высокими требованиями к математической подготовке абитуриентов. Контрольно-измерительные материалы для единого государственного экзамена создаются на основе кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников. Решение данных задач с одной стороны, относятся к элементам содержания «Уметь решать уравнения и неравенства», а с другой стороны, требуют определенного уровня сформированности умений наблюдать, сравнивать, анализировать, выдвигать и проверять гипотезы, оценивать результаты. Таким образом, решение задач с параметром можно считать деятельностью, близкой по своему характеру к исследовательской, а формирование указанной компетенции является одним из важных метапредметных результатов, реализуемого в рамках внедрения и апробации ФГОС среднего (полного) образования. В связи с этим, с одной стороны,  решение задач с параметрами важно использовать для развития математического мышления.

С другой стороны, школьники относят задачи с параметрами к самому сложному материалу, объясняя это несколькими причинами: трудность в выборе способа решения, отслеживания возникающих «ветвлений», исследования всех вариантов решений.  Результаты выполнения выпускниками в 2012 и 2014 году задания С5 показали, что более 80% выпускников даже не приступали к выполнению задания[1]. В таблице 1 представлено процентное  соотношение выпускников, набравших соответствующее количество баллов.

Таблица 1.

**Общие результаты выполнения задания С5.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Балл | 2014г. | 2012г. |
| 1 | 1,4% | 3,7% |
| 2 | 0,2% | 0,8% |
| 3 | 0,1% | 0,6% |
| 4 | 0,2% | 1,1% |

 Кроме того, зачастую, учителя даже не рассматривают такие задачи с учениками, считая их заданиями повышенного уровня сложности, с  которыми слабые ученики априори не смогут справиться.

Аналогичное положение задач с параметрами в учебно-методических комплектах по математике, утвержденных или рекомендованных к использованию в общеобразовательной школе Министерством образования и науки РФ: их количество в любом из общефедеральных комплектов не превосходит 1%.

Мирошин В.В. [2] выделяет отдельную часть математики – «абитуриентскую», которая существует отдельно от школьной программы. Действительно,  задачам с параметрами посвящены множество сборников для поступающих в вузы, в которых рассмотрены разнообразные приемы и методы решения. Однако педагоги сталкиваются с серьезными методическими проблемами при обучении решению таких задач, по причине того, что в большинстве этих пособий  не учат, как выбрать тот или иной способ решения, как научиться решать эти задачи.

Если же рассматривать решение задач с параметрами  не как  самоцель, а как средство развития активной творческой деятельности учащегося, его системного мышления, то целесообразно организовать учебно-исследовательскую  деятельность, в ходе которой ученик развивает умения самостоятельно приобретать и применять знания, формулировать и аргументировать позицию. Учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешнее справляются (и опыт это подтверждает) [2] с другими задачами, поэтому в школьной математике таким задачам должно уделяться большое внимание.

Известный  петербургский педагог В.И. Рыжик отмечает, что многолетняя ориентация на ЗУНы привела к тому, что основное внимание в школе уделяется учебной деятельности, в рамках которой, основным занятием стало усвоение алгоритмов и алгоритмических предписаний[3]. Уравнения (неравенства) с параметрами относятся к иному типу задач – задач, для решения которых необходимо прежде всего, умение проводить довольно разветвленные – логические построения и исследования. В теории обучения математике разработаны методические основы исследовательских задач, которые позволяют сравнить структуру типовой и исследовательской задачи [4,5]. На рис. 1 показано, что рассматриваемые в статье задачи обладают всеми признаками исследовательской задачи.

Проанализировав и обобщив ряд исследований[4,5,6,7,8], необходимо выделить общие положения в определениях **учебно-исследовательской деятельности:**  вид познавательной деятельности, цель которой не научные открытия учащихся, а развитие у них соответствующих личностных качеств, умений исследования как универсального способа освоения действительности. При этом учебно-исследовательская деятельность имеет определенные структурные компоненты, характерные для научного исследования: выделение (уточнение проблемы), организация и анализ данных, выдвижение и проверка гипотезы, формулировка выводов. Рассмотрим основные этапы учебного исследования на простой задаче о линейных функциях.

Таблица 2.

**Основные этапы учебного исследования**

|  |  |
| --- | --- |
| **№ п/п** | **Основные этапы учебного исследования на примере задачи с параметром линейной функции** |
| 1.
 | *Цель*. Мотивирующей (исходной) задачей, которая должна обеспечить «видение» учащимися более общей проблемы, может служить следующая задача: существует ли три числа a,b,c, что f1(x)= ax+b, f2(x)= bx+c, f3(x)= cx+a  |
| 1.
 | *Проблема и направления исследования* – самый сложный и «творческий» компонент учебного исследования. Хорошо, если ученик сам может сформулировать проблему, но в реальной школьной практике самостоятельное определение проблемы затруднено.*Проблема:* в определении существования параметров a,b,c  для построенного чертежа.*Направления исследования*:1)определить положения прямых, в зависимости от параметров;2) установить точки пересечения прямых с осями координат. |
| 1.
 | *Выдвижение гипотез.* В гипотезе формулируется утверждение о результате, который предположительно должен получиться. Не нужно ограничивать число предлагаемых учащимися гипотез.В данной задаче гипотеза:  «такие числа существуют». |
| 1.
 | Обоснование гипотез, получивших ранее подтверждение или ложность при помощи контрпримеров, используя  выделенные направления исследования на этапе 2.1)    точки пересечения прямых f1(x)= ax+b, f2(x)= bx+c, f3(x)= cx+a с осью ординат будут соответственно b,c,a, тогда b>c>a;2)    рассмотрим, от чего зависит наклон прямых: учитель организует практическую работу  по построению прямых с различными угловыми коэффициентами, в результате чего будет сделан вывод о зависимости значения угловой коэффициента от его положения на координатной плоскости. Тогда, снова обратившись к рис.2, учащиеся увидят что прямая f1(x)= ax+b – имеет самый крутой угол наклона, значит a<b<c.В результате гипотеза оказалась ложной. |
|   | Презентация результатов является заключительным этапом выполнения исследовательского задания. |

Рассмотренная задача с параметрами не является сложной, однако  иллюстрирует  важные свойства линейной функции, обладает высокой диагностической и прогностической ценностью. В процессе ее решения развиваются умения составлять соотношения, выдвижение различных предположений с обоснованием их возможности (гипотезы), формулирование обобщенного теоретического принципа, объясняющего сущность задачи.

Ниже приведем еще пример задачи с параметрами с описанием исследовательских умений, которые формулируются при их решении.

Задача: При каких значениях параметра а система уравнений

x+y=a

x2+y2=9  имеет единственное решение?

Задача может решаться несколькими способами.

Один из способов, так называемый аналитический,  получается, если из первого уравнения выразить y через х, подставить найденное выражение во второе уравнение, получив при этом квадратное, относительно х, далее проанализировать дискриминант уравнения.

Другой способ решения получается при рассмотрении геометрической интерпретации задачи: первое уравнение описывает прямую, расположенную под углом 450к оси Ох, а второе окружность с центром в начале координат и радиусом 3. При расположении прямой и окружности возможны три варианта:

1)    Прямая  пересекает окружность в двух точках;
2)    прямая касается окружности;
3)    прямая проходит вне окружности.

Легко увидеть, что единственное решение система будет иметь только при касании прямой СЕ и окружности с центром в начале координат и радиусом 3. При этом значение *а* можно определить как катет ОС равнобедренного прямоугольного треугольника ОСВ, в котором известна высота.

 
Рис.3 Графическая интерпретация задачи

В процессе решения этой задачи у учащихся формируется умение  решать задачу несколькими способами, уметь конструировать новый способ на основе ранее изученных, уметь применять вспомогательный прием, умение решать задачу с необычным содержанием обычным способом, уметь проводить прямой и обратный ход рассуждений.